CALCOLO COMBINATORIO

FORMULA DI INCLUSIONE/ESCLUSIONE

- $|\cup A_i| = \Sigma(-1)^{i+1}\Sigma|\cap A_{j_k}|$
  - $i=1,\dots,n$
  - $1 \le j_1 \le \dots \le j_k \le n$
  - $k=1,\dots,i$

PROBLEMI DI COLLOCAZIONE

- Come mettere n oggetti in n celle
  - Oggetti
    - Distinguibili
      - Disposizioni
        - con Ripetizioni: n^k
        - Semplici: binom(n, k) · k!
    - Indistinguibili
      - Combinazioni
        - con Ripetizioni: binom(n+k-1, k)
        - Semplici: binom(n,k)
  - Ripetizioni
    - Ammesse
      - Con ripetizioni
    - Non ammesse
      - Semplici

BINOMIO DI NEWTON

- $(a+b)^n = \Sigma \text{binom}(n, k) a^k \cdot b^{n-k}$ con k=0,...,n
  - Si dimostra per induzione su n
  - a e b devono stare in un anello commutativo, altrimenti la formula non funziona

PRINCIPIO DI INDUZIONE

- Sia P una proposizione, allora vale: $\forall P[P(0) \wedge (\forall k \in \mathbb{N})(P(k) \Rightarrow P(k+1))] \Rightarrow (\forall n \in \mathbb{N})[P(n)]$
- idea: effetto domino
  - affinché le tessere da domino cadano tutte sono sufficienti due condizioni
    - che cada la prima tessera
    - che ogni tessera sia posizionata in modo tale che cadendo provochi la caduta della successiva

C(n,k)

- Combinazioni semplici di ordine k su un insieme di n elementi
  - È la cardinalità dell'insieme dei sottoinsiemi di cardinalità k su un insieme di n elementi
- Proprietà
  - Riflessiva: C(n,0)=C(0,n)=1
  - Simmetrica: C(n,k)=C(n,n-k)
  - Ricorrenza: C(n,k)=C(n-1,k)+C(n-1,k-1)
  - La somma per k=0,...,n di C(n,k) è 2^n
- C(n,k)=n!/k!(n-k)!
  - Si dimostra per induzione usando le proprietà

Equivale a

COEFFICIENTE BINOMIALE

- binom(n, k) vale
  - n!/k!(n-k)! se 0≤k≤n
  - 0 se k<0 o k>n
- Ha le stesse proprietà di C(n,k)

Serve a esprimere

Presented with xmind